

## ¡Luces Encendidas!

Un pasillo largo tiene 100 bombillos con hilos atados a cada uno, enumerados de 1 al 100. Si un bombillo está encendido, entonces halar el hilo lo apagará. Si el bombillo está apagado, entonces al halar el hilo se encenderá. Al inicio todos los bombillos están apagados.

A un extremo del pasillo, 100 personas enumeradas del 1 al 100 se encuentran en espera. Cada persona, cuando pase por el pasillo, halara el hilo de cada bombillo cuyo número sea un múltiplo de su propio número. Por ejemplo, la persona no. 1 va a halar todos los hilos; la persona no. 2 halara los hilos de los bombillos numerados 2, 4, 8, 10, ..., y la persona no. 17 halara los hilos de los bombillos numerados 17, 34, 51, 68, ...

1. ¿Después de que cada persona pasa por el pasillo, cuales bombillos están encendidos y cuales están apagados?
2. ¿Qué tal si, en lugar de que todas las personas caminen por el pasillo, solamente los que tienen número par lo hagan?
3. ¿Qué tal si solo los que tienen número impar pasan? ¿Qué bombillos quedan encendidos después de que todos los impares pasan?
  - a. Los primos
  - b. Los cuadrados perfectos
  - c. Los múltiplos de 3
  - d. Los cubos perfectos
  - e. Las personas numeradas 1 más el múltiplo de 4
  - f. Las personas numeradas par no divisible por 4
  - g. ¿Algún otro conjunto interesante que te gustaría considerar?
  - h. Dado un conjunto de personas que camina por el pasillo, ¿cuál es la estrategia general para identificar los bombillos que están encendidos?

4. Para cada situación descrita a continuación, ¿quiénes deberían caminar para que los conjuntos de bombillos indicados sean los únicos encendidos?
- a. Todos los bombillos
  - b. Los impares
  - c. Los pares
  - d. Los primos
  - d. Los cuadrados perfectos
  - e. Los cubos perfectos
  - f. Los múltiplos de 3
  - g. Los múltiplos de 4
  - h. Los múltiplos de 6
  - i. ¿Algún conjunto adicional que te interese?
5. Dado un conjunto de bombillos que están encendidos, ¿cuál es una estrategia para determinar quiénes caminaron?
6. Para un conjunto de bombillos dado, ¿necesariamente existe un conjunto de personas que puede pasar por el pasillo de tal manera que el conjunto de bombillos dicho pueda ser el único conjunto encendido? Si es cierto, pruébelo. Si no, describe el conjunto de bombillos que es imposible.
7. Suponga que quedan aún 100 personas, pero hay más de 100 bombillos. Sin saber que personas pasaron, pero solo sabiendo cuales de los primeros 100 bombillos están encendidos, ¿qué puedes predecir sobre los bombillos que están encendidos más allá del número 100?